

שאלות קצרות – דף 1

דף עבודה – שאלון 571



ללאחר שתתחברו לחשבון GOOL שלכם, צפו ברביעיית הסרטונים החל מ- וענו על השאלות הבאות:



(1) הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות (אין קשר בין סעיף א' ל-ב'):

- א. נתון כי הפונקציה $f(x)$ גזירה פעמיים וחיובית.
 בכל נקודה בה המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא אופקי,
 המשיק לגרף הפונקציות $y = (f(x))^2$ ו- $y = \sqrt{f(x)}$ גם כן אופקי.
 ב. אם הפונקציה $g(x)$ עולה לכל x אז $g'(x) > 0$ לכל x .

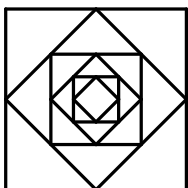
(2) ענו על הסעיפים הבאים (אין קשר בין סעיף א' ל-ב'):

- א. הוכיחו או הפריכו את הטענה הבאה:
 אם: $\int_a^b f(x) dx = 0$ וגם: $\int_a^b g(x) dx = 0$ אז: $\int_a^b f(x)g(x) dx = 0$.
 ב. הפונקציה $f(x)$ אי-זוגית.

(1) הוכיחו כי $\frac{f(x)}{x^2+1}$ היא פונקציה אי-זוגית.

(2) ערך האינטגרל $\int_{-1}^1 \frac{f(x) + x^4 + x^2}{x^2+1} dx$ הוא:

- (א) $\frac{1}{3}$ (ב) $\frac{2}{3}$ (ג) $\frac{1}{4}$ (ד) $\frac{1}{5}$ (ה) 0



(3) אינסוף ריבועים חסומים אחד בתוך שני כך שקודקודי הריבוע הבא נמצאים באמצע צלעות הריבוע הגדול יותר.
 מצאו את היחס בין סכום שטחי הריבועים לסכום ריבועי היקפי הריבועים.

(4) ענו על הסעיפים הבאים:

א. הוכיחו באינדוקציה או בדרך אחרת: $2+7+14+\dots+(n^2+2n-1)=\frac{n(2n^2+9n+1)}{6}$

ב. מצאו את הסכום הבא שהוא סדרה חלקית של איברים מהסדרה בצד שמאל:

$$34+47+\dots+194$$

(5) נתונים שני מאורעות בלתי תלויים A ו-B.

נתון: $P(A \cap B) = 0.27$, $P(A/B) = 3 \cdot P(B/A)$

חשבו את היחס בין $P(B/A)$ ל- $P(\bar{B}/\bar{A})$.

(6) האם קיים מרובע החסום במעגל שזוויותיו מהוות סדרה הנדסית? אם כן, מהו?

(7) נתון השוויון הבא שבו $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, $0^\circ < d \leq 60^\circ$:

$$\cos \alpha + \cos(\alpha + 2d) + \cos(\alpha + 4d) + \dots + \cos(\alpha + 10d) =$$

$$= \sin \alpha + \sin(\alpha + 2d) + \sin(\alpha + 4d) + \dots + \sin(\alpha + 10d)$$

מצאו את תחום הערכים האפשריים של הפרמטר d .

תשובות סופיות:

(1) א. נכון, הוכחה:

$$\left[f(x)^2 \right]' = 2f(x) \cdot f'(x) \xrightarrow{x=x_0} 2f(x_0) \cdot 0 = 0 \quad \text{נכון: } f'(x_0) = 0 \text{ ולכן:}$$

$$\left(\sqrt{f(x)} \right)' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}} \Big|_{x=x_0} = \frac{f'(x_0)}{2\sqrt{f(x_0)}} = \frac{0}{2\sqrt{f(x_0)}} = 0$$

ב. לא נכון - למשל $g(x) = x^3$ עולה לכל x ו- $g'(0) = 0$.

(2) א. לא נכון - נניח: $f(x) = g(x) = x$ ונתייחס לתחום $[-1, 1]$.

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^1 x dx = 0 \quad \text{וגם} \quad \int_{-1}^1 g(x) dx = \int_{-1}^1 x dx = 0 \quad \text{אבל} \quad \int_{-1}^1 (x \cdot x) dx \neq 0$$

$$\int_{-1}^1 \frac{f(x) + x^4 + x^2}{x^2 + 1} dx = \int_{-1}^1 \frac{f(x)}{x^2 + 1} dx + \int_{-1}^1 x^2 dx = 0 + \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-1}^1 = \frac{2}{3} \quad \text{ב. (1) הוכחה. ב. (2)}$$

$$\cdot \frac{1}{16} \quad (3)$$

$$.942 \quad (4)$$

$$\cdot \frac{3}{7} \quad (5)$$

(6) כן, ריבוע או מלבן.

$$.0^\circ < d < 9^\circ, 27^\circ < d < 45^\circ, d = 60^\circ \quad (7)$$